

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ СМЕРТНОСТИ

Алеева Сюзанна Рифхатовна

кандидат физ.-мат. наук,

Челябинский государственный университет,

Челябинск

ESTIMATION OF PARAMETERS OF ANALYTICAL LAWS OF MORTALITY

Aleeva Syuzanna

Candidate of Science

Chelyabinsk State University, Chelyabinsk

Аннотация

Статья посвящена актуарной тематике, которая является одной из актуальных прикладных отраслей современного математического знания. Рассмотрены три самых часто применяемых аналитических закона смертности. Рассчитаны их параметры на основе реальных данных. Произведен сравнительный анализ результатов по различным странам.

Abstract

The article is devoted to actuarial topics, which is one of the most relevant applied branches of modern mathematical knowledge. The three most frequently used analytic laws of mortality are considered. Calculated their parameters based on real data. Comparative analysis of the results for different countries was produced.

Ключевые слова: Актуарная математика; интенсивность смертности; аналитические законы смертности.

Keywords: Actuarial mathematics; force of mortality; analytical laws of mortality.

Существует множество различных законов и моделей описания смертности [1,2,3]. Каждый из них применим при определенных условиях, и описывается набором параметров. Оценки параметров подбираются для каждой страны близкими к жизненным показателям страны. Используются данные по 38 странам, собранные в таблицах смертности [4]. Оценка параметров проводилась в статистическом пакете Eviews. Рассматриваются следующие аналитические законы смертности: закон Гомперца-Мейкема, закон Вейбулла, закон Мейкема. В данной работе основной характеристикой такой случайной величины, как продолжительность жизни, считается интенсивность смертности $\mu(x)$, то есть приведённая к одному году вероятность смерти в течение бесконечно малого возрастного интервала [1].

1. Закон Гомперца-Мейкема.

Первый вариант аналитического закона смертности предложен Б. Гомперцом в 1825 году в виде $\mu(x)=bcx$, затем усовершенствован У. М. Мекемом в 1867 году. Современный закон выглядит следующим образом $\mu(x)=a+bcx$, где x – возраст человека, $\mu(x)$ – интенсивность смертности. Параметр a в законе отвечает за причины, не зависящие от возраста. Постоянная величина c характеризует темп ослабления способности человека противостоять различного рода нарушениям. Параметр b показывает уровень смертности в каждом возрасте такой ослабленной жизнеспособности человеческого организма. Для указанных параметров были получены оценки (Таблица 1).

ТАБЛИЦА 1

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ЗАКОНА ГОМПЕЦА-МЕЙКЕМА

№	Название страны	a	bc
1	Япония	-0,08392	0,00265
2	США	-0,08712	0,00282
3	Тайвань	-0,08728	0,00283
4	Франция	-0,09163	0,00290
5	Канада	-0,09169	0,00292
6	Австралия	-0,09225	0,00294
7	Чили	-0,09070	0,00297
8	Израиль	-0,09469	0,00301
9	Испания	-0,09503	0,00301
10	Ирландия	-0,09466	0,00303
11	Греция	-0,09574	0,00306
12	Дания	-0,09673	0,00310
13	Новая Зеландия	-0,09765	0,00311
14	Люксембург	-0,09775	0,00311
15	Великобритания	-0,09856	0,00315
16	Польша	-0,09781	0,00318
17	Бельгия	-0,10062	0,00321
18	Италия	-0,10131	0,00322
19	Исландия	-0,10114	0,00322
20	Норвегия	-0,10128	0,00322
21	Швейцария	-0,10423	0,00328
22	Швеция	-0,10370	0,00329
23	Финляндия	-0,10504	0,00329
24	Венгрия	-0,10164	0,00334
25	Эстония	-0,10331	0,00335
26	Словакия	-0,10255	0,00335
27	Австрия	-0,10641	0,00337
28	Словения	-0,10599	0,00338
29	Нидерланды	-0,10610	0,00338
30	Германия	-0,10570	0,00338
31	Украина	-0,09954	0,00339
32	Россия	-0,10324	0,00346
33	Беларусь	-0,10474	0,00348
34	Литва	-0,10617	0,00349
35	Латвия	-0,10613	0,00350
36	Чехия	-0,10974	0,00354
37	Португалия	-0,12414	0,00388
38	Болгария	-0,11693	0,00389

Данные в таблице выстроены по росту ослабления жизнеспособности человеческого организма. Следовательно, можно сказать, что люди, живущие в Японии, США и Тайване, имеют самый высокий уровень жизнеспособности человеческого организма, а население таких стран, как Чехия, Португалия и Болгария – низкий уровень.

Этот закон не позволил выявить явные отличия по странам, однако он хорошо описывает рост интенсивности смертности в возрастах старше 30 – 40 лет.

2. Закон Вейбулла.

В 1939 году Вейбулл в качестве простого приближения интенсивности смертности стал использовать степенную функцию

$$\mu(x) = kx^n$$

где x – возраст человека. Используя данный закон, удалось получить оценки параметров, максимально приближенные к жизненным показателям стран, и разбить страны на 4 кластера по параметру n (Таблица 2).

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ЗАКОНА ВЕЙБУЛЛА

№	Название страны	k	n
1	Венгрия	3,351E-13	6
2	Беларусь	3,386E-13	6
3	Россия	3,463E-13	6
4	Украина	3,624E-13	6
5	Тайвань	2,830E-15	7
6	США	2,850E-15	7
7	Чили	2,930E-15	7
8	Ирландия	3,048E-15	7
9	Греция	3,088E-15	7
10	Дания	3,117E-15	7
11	Польша	3,172E-15	7
12	Великобритания	3,198E-15	7
13	Словакия	3,296E-15	7
14	Эстония	3,346E-15	7
15	Германия	3,381E-15	7
16	Словения	3,419E-15	7
17	Латвия	3,445E-15	7
18	Нидерланды	3,446E-15	7
19	Чехия	3,507E-15	7
20	Болгария	4,160E-15	7
21	Япония	2,715E-17	8
22	Канада	2,895E-17	8
23	Франция	2,906E-17	8
24	Израиль	2,965E-17	8
25	Испания	2,993E-17	8
26	Австралия	3,052E-17	8
27	Новая Зеландия	3,065E-17	8
28	Люксембург	3,066E-17	8
29	Италия	3,128E-17	8
30	Исландия	3,157E-17	8
31	Норвегия	3,158E-17	8
32	Швеция	3,236E-17	8
33	Швейцария	3,282E-17	8
34	Финляндия	3,296E-17	8
35	Литва	3,335E-17	8
36	Австрия	3,347E-17	8
37	Португалия	3,496E-17	8
38	Бельгия	3,199E-19	9

3. Закон Мейкема.

В 1860 году У. М. Мейкем обобщил модель Б. Гомперца, в которой интенсивность смертности приближается показательной функцией. Закон аналитически описывается следующей формулой $\mu(x)=A+B*exp\{x\}$, где A – показатель риска случайной смерти, которой в равной степени подвержены

все возраста, B – параметр показывающий влияние возраста на смертность (старение). В этом случае были получены оценки параметров, они упорядочены в порядке увеличения возрастного показателя B (Таблица 3).

ТАБЛИЦА 3

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ЗАКОНА МЕЙКЕМА

№	Название страны	A	B
1	Португалия	0,07210	2,675E-49
2	Бельгия	0,07618	2,792E-49
3	Украина	0,08287	6,756E-49
4	Чили	0,06344	2,411E-48
5	Тайвань	0,05873	2,567E-48
6	США	0,05827	2,615E-48
7	Россия	0,07711	2,651E-48
8	Венгрия	0,07210	2,675E-48
9	Словакия	0,07186	2,677E-48
10	Латвия	0,07594	2,690E-48
11	Литва	0,07578	2,691E-48
12	Япония	0,05227	2,692E-48
13	Ирландия	0,06211	2,695E-48
14	Польша	0,06695	2,699E-48
15	Чехия	0,07484	2,700E-48
16	Дания	0,06383	2,713E-48
17	Германия	0,07005	2,719E-48
18	Израиль	0,06059	2,735E-48
19	Новая Зеландия	0,06297	2,764E-48
20	Франция	0,05786	2,764E-48
21	Норвегия	0,06539	2,767E-48
22	Эстония	0,07063	2,773E-48
23	Австралия	0,06165	2,773E-48
24	Беларусь	0,07618	2,792E-48
25	Канада	0,05871	2,802E-48
26	Италия	0,06510	2,812E-48
27	Греция	0,06240	2,824E-48
28	Швеция	0,06661	2,832E-48
29	Испания	0,05984	2,870E-48
30	Люксембург	0,06262	2,883E-48
31	Великобритания	0,06385	2,928E-48
32	Исландия	0,06480	2,981E-48
33	Финляндия	0,06467	3,125E-48
34	Нидерланды	0,06811	3,175E-48
35	Словения	0,06804	3,184E-48
36	Австрия	0,06728	3,246E-48
37	Швейцария	0,06429	3,289E-48
38	Болгария	0,08046	1,077E-47

Изучив таблицу, получено, что наименьшее влияние возраста на смертность в Португалии, а наибольшее в Болгарии. Закон Мейкема позволил показать, что из 38 рассматриваемых стран в Японии, Франции и США минимальные риски случайной смерти, а в Украине, Болгарии и России максимальные.

Закон Мейкема также не позволил выявить явные отличия по странам, он хорошо описывает рост интенсивности смертности в возрастах старше 30 – 40 лет, как и закон Гомперца-Мейкема.

Рассмотрев все три аналитических закона смертности, было выявлено, что закон Вейбулла дает близкое к реальному распределению интенсивности смертности, законы Гомперца и Гом-

перца-Мейкема близки к реальным жизненным показателям страны лишь на некотором возрастном промежутке.

4. Интенсивность смертности по гендерному признаку для населения различных государств.

Для каждой из 38 стран данные в таблицах смертности приводятся по всему населению в целом, а также отдельно по каждому из двух полов. Поэтому было принято решение рассмотреть интенсивность смертности по мужскому, женскому населению, общую интенсивность смертности, их особенности и отличия. Строились графики этих интенсивностей в статистическом пакете Eviews. Было выявлено, что на большей части возрастного промежутка мужская смертность преобладает над женской. И только в достаточно большом возрасте значение женской смертности становится больше

чем мужской. Также можно отметить, что во всех рассмотренных странах наблюдается высокая младенческая смертность.

Список литературы:

1. Бауэрс, Н. Актуарная математика / Н. Бауэрс [и др.] // Москва: Янус-К. – 2001. – 644 с.
2. Гербер, Х. Математика страхования жизни / Х. Гербер // Москва: Мир. – 1995. – 156 с.

3. Фалин, Г.И. Актуарная математика в задачах / Г. И. Фалин, А. И. Фалин. // Москва: Физматлит. – 2003. – 192 с.

4. Таблицы смертности [Электронный ресурс] // The Human Mortality Database: [сайт]. URL: <http://www.mortality.org>