

**ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ**

*Агафонцев Валерий Васильевич*  
кандидат технических наук, г. Псков,  
*Недосвитий Илья Константинович*  
*Трухман Григорий Павлович*  
*Яблоков Антон Михайлович*  
учащиеся 11-го класса  
Псковского технического лицея

**LABORATORY INSTALLATION FOR DETERMINATION ACCELERATING FREE FALL**

*Agafontsev Valeriy Vasilievich*  
candidate of Technical Sciences, Pskov,  
*Nedosvitiy Ilya Konstantinovich*  
*Trukhman Grigoriy Pavlovich*  
*Yablokov Anton Mikhailovich*  
11th grade students  
Pskov Technical Lyceum

**Аннотация**

Целью статьи является улучшение технических характеристик известных дидактических моделей лабораторных установок для определения ускорения свободного падения. Это достигается использованием двух инфракрасных оптических датчиков, регистрирующих моменты пролёта между ними стального шарика.

**Abstract**

The aim of the article is to improve the technical characteristics of the well-known didactic models of laboratory facilities for determining the acceleration of gravity. This is achieved using two infrared optical sensors that record the moments of passage between them of a steel ball.

**Ключевые слова:** оптический датчик, инфракрасный канал.

**Keywords:** optical sensor, infrared channel.

Известны лабораторные установки, предназначенные для определения ускорения свободного падения. В этих установках электронным таймером фиксируется время от сигнала начала падения и до сигнала окончания падения стального шарика. Так, в установке, представленной в работе [1], отсчёт времени падения ведётся от момента подачи сигнала на электромагнит, удерживающий шарик, и до момента появления звукового сигнала от удара шарика о пол. При этом звуковой сигнал улавливается встроенным микрофоном электронного конструктора, преобразуется в электрический сигнал, усиливается и останавливает счёт времени на таймере. В этом случае таймер зафиксировывает время, равное времени свободного падения шарика плюс время прохождения звука на расстояние от места удара шарика до электронного конструктора. Если взять такое расстояние 1 метр и учесть скорость распространения звука в воздухе 331 м/с, то это время составит приблизительно 3 миллисекунды. Кроме того, счёт времени от сигнала, подаваемого

на электромагнит, является неточным, так как время отпущения шарика электромагнитом зависит от его силы. Эти два фактора в случае падения шарика с малой высоты вносят большую погрешность в точность измерения времени падения и, следовательно, в точность определения ускорения свободного падения. В лабораторной установке, представленной в работах [2] и [3], отсчёт времени падения шарика ведётся от момента подачи сигнала на электромагнит и до момента пролёта шарика через оптический датчик. Использование оптического датчика позволяет существенно повысить точность измерения времени свободного падения, но при этом сохраняется недостаток, связанный с электромагнитом.

На рис. 1 представлен общий вид предлагаемой лабораторной установки. В ней электромагнит используется *только* для обеспечения нулевой начальной скорости падения шарика. С высокой точностью фиксируется время пролёта шарика между оптическими датчиками 1 и 2.

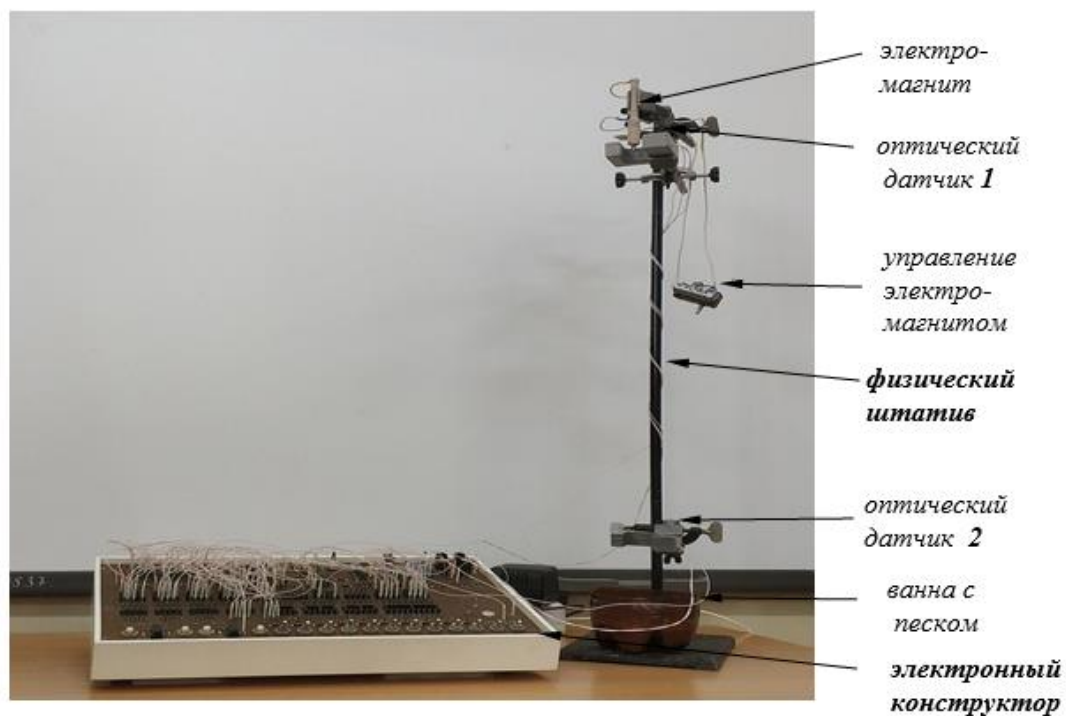
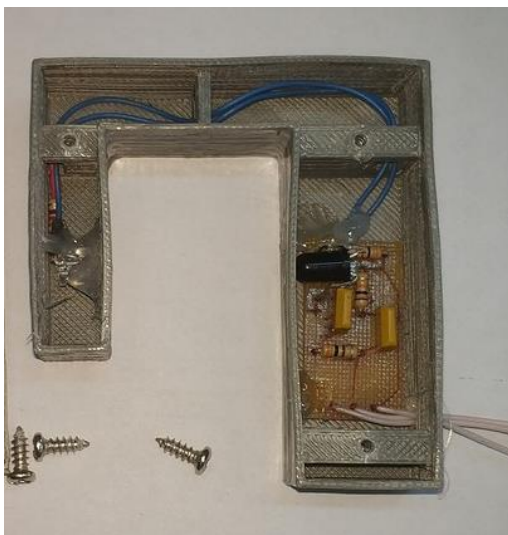
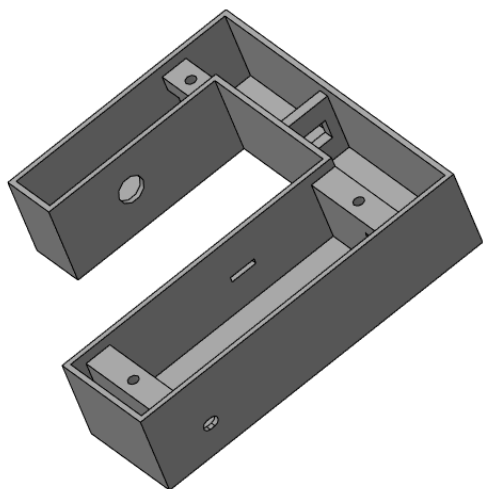


Рисунок 1. Общий вид лабораторной установки

В состав лабораторной установки входит электронный конструктор и физический штатив с установленными на нём тремя лапками. На верхней лапке крепится электромагнит, управляемый автономно от пальчиковой батарейки и способный удерживать стальной шарик диаметром 18 мм. На

второй сверху и на нижней лапке зажимается инфракрасный оптический датчик (ОД) сквозного (щелевого) типа. На подставку штатива устанавливается ванна с песком, в которую должен падать стальной шарик. На рис. 2 и 3 представлена конструкция оптических датчиков ОД 1 и ОД 2.



На рис. 4 представлена электрическая схема ОД.

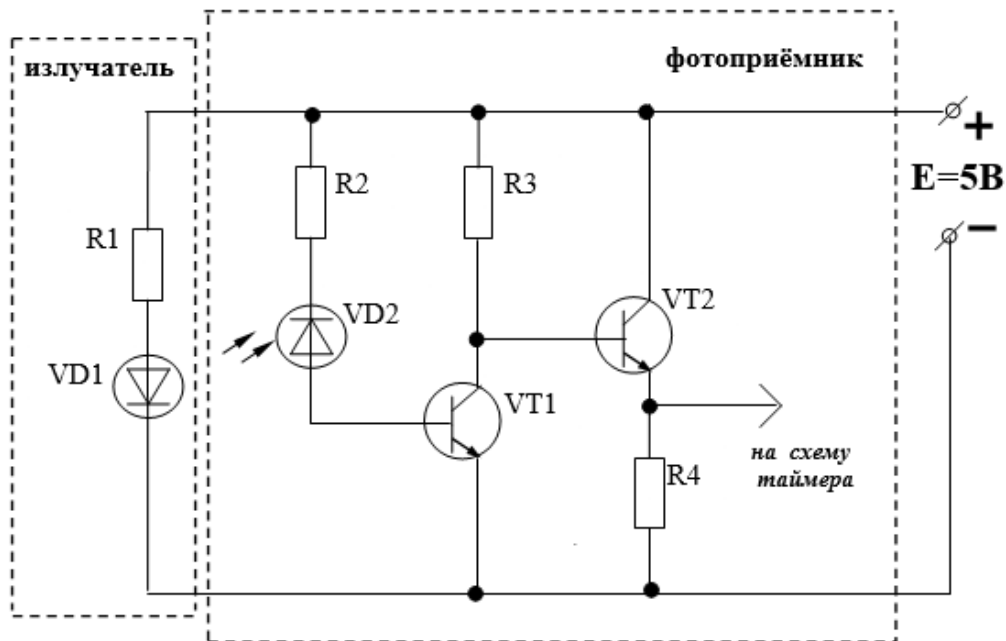


Рисунок 4. Электрическая схема ОД

Перечень элементов: R1- резистор МЛТ-0,25-220 Ом  $\pm 10\%$ ; R2- резистор МЛТ-0,25-3 кОм  $\pm 10\%$ ; R3 - резистор МЛТ-0,25-10 кОм  $\pm 10\%$ ; R4 - резистор МЛТ-0,25-300 Ом  $\pm 10\%$ ; VD1- светодиод инфракрасный АОИ200А; VD2- фотодиод инфракрасный КОФ137А; VT1, VT2- транзистор КТ315Г.

Рассмотрим работу оптического датчика. При освещённом фотодиоде VD2, точнее, при поступлении светового потока на фотодиод VD2, в его р-п-переходе начнётся процесс генерации носителей заряда. Этот процесс заключается в том, что квант светового потока передаёт свою энергию атому материала р-п-перехода, точнее, электрону атома. Получив дополнительную энергию от светового кванта, электрон покидает атом, становясь свободным носителем заряда. Под действием электрического поля, создаваемого источником тока E, свободные электроны начинают движение к клемме + этого источника. Движение свободных зарядов вызывает электрический ток, за направление которого, как известно, принимают направление, обратное движению отрицательных зарядов, то есть электронов. Следовательно, по цепи +E – R1-VD1-VT1(B) будет протекать электрический ток. Этот ток является током базы  $I_B$  транзистора VT1. При достаточно сильном световом потоке величина тока базы будет такой, что транзистор VT1 полностью откроется. В результате по цепи +E – R2-VT1(K)-VT1(Э)- E потечёт максимальный ток коллектора  $I_k$  транзистора VT1. Величина этого тока равна  $I_k = I_B \cdot B$ , где B – коэффициент усиления транзистора по току. При этом напряжение между коллектором и эмиттером  $U_{кэ}$  транзистора VT1 будет близко к 0 вольт. Это напряжение будет и на базе транзистора

VT2. Каскад на транзисторе VT2 представляет собой схему с общим коллектором. Часто такую схему называют эмиттерным повторителем, так при таком включении транзистора напряжение на его эмиттере повторяет напряжение на базе. И так, если световой поток поступает на фотодиод, то на выходе фотоприёмника будет напряжение, близкое к 0 вольт.

Рассмотрим случай, когда световой поток не поступает на фотодиод. В этом случае в области р-п-перехода фотодиода VD2 не будет генерации носителей заряда. Следовательно, не будет протекать ток в базу транзистора VT1, поэтому транзистор VT1 будет закрыт. Тогда ток потечёт по цепи +E – R2-VT2(B). Этот ток откроет транзистор VT2 и через него потечёт ток по цепи +E –VT2(K)-VT2(Э)-R3- E. Каскад на транзисторе VT2 представляет собой схему с общим коллектором. Особенность такого включения транзистора в том, что он имеет высокое входное сопротивление, составляющее единицы мегом. Поэтому на базе транзистора будет высокое напряжение +U, несколько меньше величины E. Напряжение +U "повторится" на эмиттере транзистора VT2. И так, если световой поток не поступает на фотодиод, то на выходе фотоприёмника будет напряжение +U вольт.

На электронном конструкторе монтируется электронная схема таймера, позволяющего с высокой точностью определить время пролёта стального шарика между двумя оптическими датчиками. На рис. 5 представлен вид электронного конструктора, на плате которого смонтирован таймер. На рис. 6 представлена схема электрическая принципиальная таймера, "привязанная" к обозначениям на электронном конструкторе.

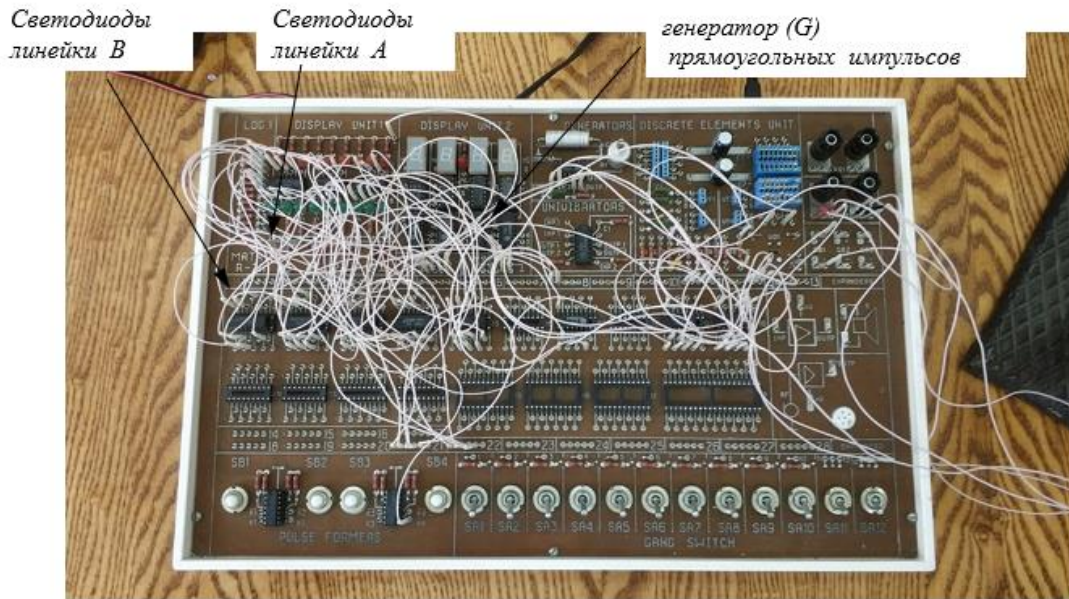


Рисунок 5. Вид электронного конструктора со смонтированной схемой таймера

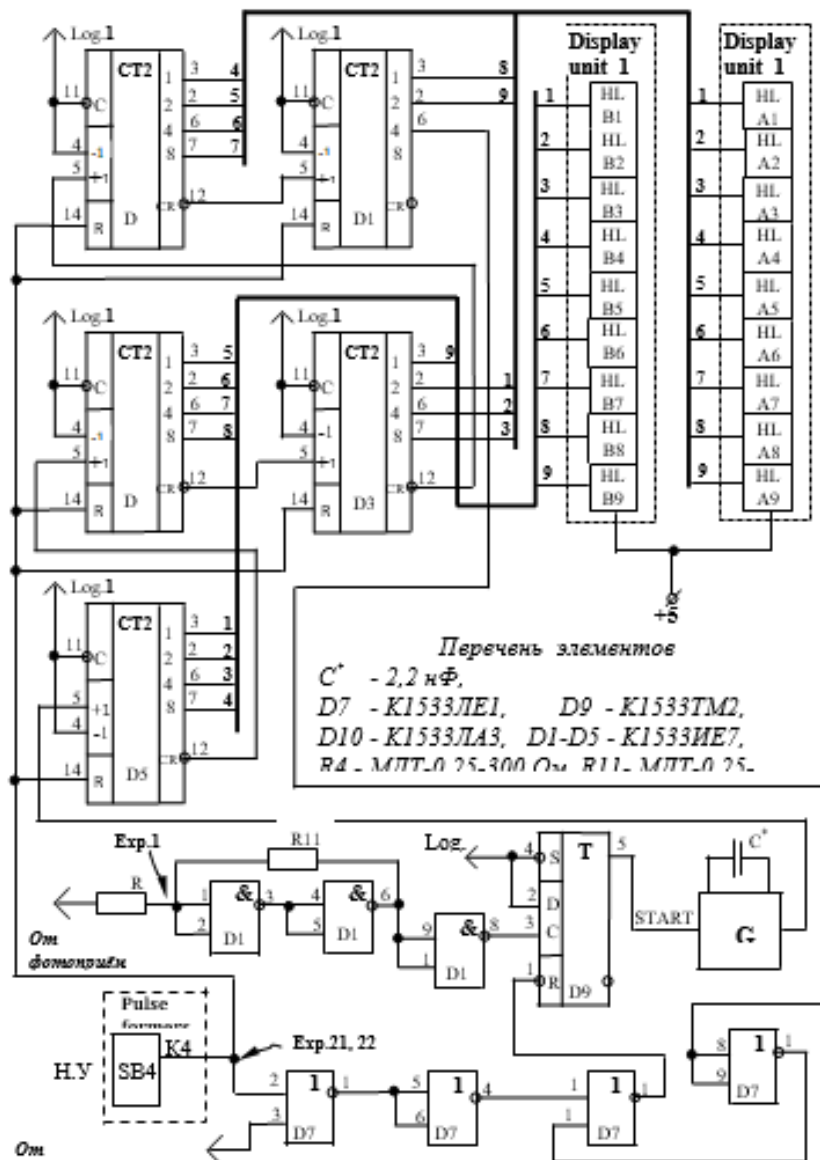


Рисунок 6. Электрическая схема таймера, "привязанная" к обозначениям на электронном конструкторе

Монтаж лабораторной установки выполняется такой последовательностью действий:

Готовится к работе физический штатив в соответствии с рис. 1: а) Позиционируется электромагнит и оптический датчик 1. В

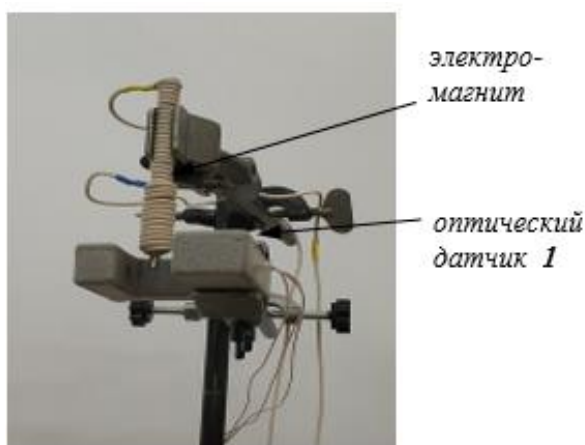


Рисунок 7. Позиционирование электромагнита и оптического датчика 1

соответствии с рис. 7 взаимное расположение их должно быть таким, чтобы в момент притяжения электромагнитом стального шарика прерывался световой поток, падающий на фотоприёмник оптического датчика 1.

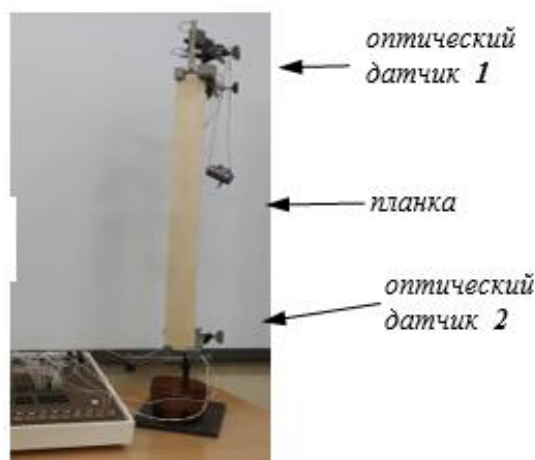


Рисунок 8. Позиционирование оптических датчиков

б) С помощью планки точной длины (например, 0,5 метра) в соответствии с рис. 8 позиционируются оптические датчики 1 и 2.

1. При отключённом электропитании на электронном конструкторе выполняется монтаж схемы таймера по электрической схеме рис. 6.

2. После проверки схемы на отсутствие в ней короткого замыкания обеспечивается электропитание электронного конструктора от встроенного в него блока питания 5В.

3. Нажатием кнопочного переключателя SB4 обнуляется двоичный счётчик на ИС D1-D5, а комбинированный RS- и D-триггер устанавливается в "0".

4. Включается автономная цепь тока электромагнита и выполняется установка на нём стального шарика, после чего без промедления прерывается цепь тока электромагнита и шарик начинает свободное падение.

В момент пролёта шарика через оптический датчик 1 на выходе D10(8) будет положительный перепад напряжения, которым в триггер D9 запишется логическая "1", в результате чего запустится генератор прямоугольных импульсов и начнётся счёт их количества 18-ти-разрядным двоичным счётчиком, построенным на ИС D1-D5. Такой счёт будет продолжаться до момента пролёта шарика через оптический датчик 2. В этот момент на D7(3) поступит логическая "1", следовательно, на D7(13) и на D9(1) станет логический "0", триггер D9 установится в "0" и запретится работа генератора импульсов. В результате на 18-ти-разрядном двоичном счётчике отобразится число импульсов  $N$ , соответствующих временному интервалу пролёта шарика между оптическими датчиками 1 и 2.  $N=t \cdot F$ , где  $t$  – время пролёта

(падения) шарика,  $F$  – частота генератора. Зная число импульсов  $N$  и частоту генератора  $F$ , находим точное время пролёта шарика между двумя оптическими датчиками. Учитывая, что шарик в момент начала падения имел скорость, равную 0, зная высоту  $h$ , с которой он свободно падал, и время  $t$  его падения определяем ускорение  $g$  свободного падения.

Интересным представляется вопрос выбора частоты генератора прямоугольных импульсов. Частоту  $F$  выбираем такой, чтобы за время падения шарика не было переполнения 18-ти-разрядного двоичного счётчика. Такое переполнение наступит, если во всех 18-ти разрядах будут 1 и после этого поступит ещё одна единица. Следовательно, максимальное число на двоичном счётчике не должно быть больше, чем  $2^{18} - 1$ . Выполним ориентировочный расчёт такой частоты. Если шарик падает с высоты  $h = 0,5$  м, то расчётное время его падения при  $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$  составит  $t \cong 0,31933$  сек. В этом случае частота генератора, определяемая по формуле  $F=N/t$ , где  $N=2^{18} - 1$ , должна быть не более  $\approx 820$  кГц.

Приведём результаты одного эксперимента, в котором на электронном конструкторе была обеспечена частота генератора, равная  $F_{\text{эксп.}}=705$  кГц,  $h=0,5$  м,  $N_{\text{эксп.}}=(110110110001101001)_2=(224361)_{10}$ ,  $t_{\text{эксп.}} \approx 0,31824$  сек,  $g_{\text{эксп.}} \approx 9,87394 \text{ м/сек}^2$ . В результате относительная ошибка определения ускорения свободного падения составила  $\Delta_{\text{отн.}} \approx 0,7\%$ .

Подведём итог. Представляется, что данная работа интересна даже не тем, что позволяет с малой погрешностью определить  $g$ . Работа интересна своей технической многоплановостью, системным характером, несущим обучаемым



информацию из нескольких разделов физики в сочетании с электроникой. В результате возникают глубокие ассоциации, способствующие длительному хранению в нашей памяти воспринимаемой информации. Использование электронного конструктора в опытах классической физики имеет и другое, пожалуй, самое важное значение: электронный конструктор, будучи незамкнутой системой, побуждает обучаемых к творчеству, к выбору самостоятельных технических решений. Союз такой открытой доступной электроники в сочетании с физикой очень продуктивен.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Agafontzew Walerij W, Achmedjanov Walerij W, Worobjew Alexandr N, Tarasov Vladimir M. "Didaktische Modelle in der universitären elektrotechnischen Ausbildung" (2<sup>nd</sup> International Scientific Conference "Europen Applied Sciences: modern approaches in scientific researches", February 18-19, 2013), ORT Publishing, Stuttgart, Germany, pp. 5-7.
2. Ахмедьянов В.В. "Физический эксперимент через интернет?! ДА!!!" // Учебная физика.-2007. - № 1.- С. 131-134.
3. Агафонцев В.В., Ахмедьянов В.В., Воробьев А.Н., Симаков В.В., Тарасов В.М. "Удалённый доступ в физическом и технологическом эксперименте" // Учебная физика.-2008. - № 1.- С. 124-129.

## ЗАДАЧА ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДНОЙ МНОГОЧЛЕНОВ В ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ

DOI: [10.31618/nas.2413-5291.2019.3.50.121](https://doi.org/10.31618/nas.2413-5291.2019.3.50.121)

Загиров Н.Ш., Гаджиева Т.Ю., Эфендиев Э.И

Для непрерывной на некотором отрезке  $[a, b]$  функции  $f(x)$ , как обычно, положим:

$$\|f\| = \max\{|f(x)|: x \in [a, b]\}.$$

Для произвольной функции норма её производной никак не связана с нормой самой функции. Это оказалось не так для многочленов, как тригонометрических, так и алгебраических. Сначала С.Н. Бернштейн показал, [1] что для тригонометрического многочлена  $u_n(t)$  порядка  $n$  на  $[a, b] = [0, 2\pi] : \|u'_n\| \leq n\|u_n\|$  и, как следствие, для алгебраического многочлена  $P_n(x)$  степени  $n$  на отрезке  $[-1, 1]$  для  $x \in (-1, 1)$  имеем

$$\|P'_n(x)\| \leq \frac{n}{\sqrt{1-x^2}} \|P_n\|. \quad (1)$$

Классический результат А.А. Маркова, [2]:

$$\|P'_n\| \leq n^2 \|P_n\|.$$

Эти неравенства обобщались в различных направлениях. Отметим некоторые из работ, посвященных оценкам норм производных многочленов, [3]-[8].

На наш взгляд, представляет интерес задача получения оценок типа (1) в зависимости от расположения точки  $x$  на всей числовой прямой.

В данной статье мы установим некоторые общие результаты. Применить их к алгебраическим многочленам планируем в другой работе.

Пусть  $\phi_0(t), \dots, \phi_n(t)$  - линейно независимая система дифференцируемых функций, определенных на некотором отрезке  $[a, b]$ ; положим  $V(t) = (\phi_0(t), \dots, \phi_n(t))$  и для  $x \in R^{n+1}$  определим многочлен  $P(t) = x \cdot V(t) = \sum_{i=0}^n x_i \phi_i(t)$ .

Фиксируем точку  $\bar{t} \in R$  и рассмотрим экстремальную задачу

$$\begin{aligned} xV'(t) &\rightarrow \text{extr}, \\ \|xV(t)\| &\leq 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Те  $x \in R^{n+1}$ , которые удовлетворяют неравенству (2), называются допустимыми точками задачи; заметим, множество допустимых точек непусто (например,  $x=0$ ), замкнуто, выпукло и симметрично. Последнее означает, что наряду с  $x$  и  $-x$  является допустимой точкой. Это позволяет ограничиться изучением свойств задачи

$$\begin{aligned} xV'(t) &\rightarrow \text{min}, \\ \|xV(t)\| &\leq 1, \end{aligned} \quad (3)$$

являющейся задачей выпуклого программирования с условием Слейтера, [9].

**Теорема 1.** Допустимая точка  $\tilde{x} \in R^{n+1}$  будет решением задачи (3) тогда и только тогда когда существуют:

- натуральное число  $r$ ,
- точки  $t_1 < \dots < t_r$  отрезка  $[a, b]$ ,
- числа  $c_1, \dots, c_r$ , обладающие свойствами:

$$|\tilde{x}V(t_i)| = 1, i = 1, \dots, r, \quad (1.1)$$

$$\text{Sign} c_i = -\tilde{P}(t_i), i = 1, \dots, r \quad (1.2)$$

и для любого  $x \in R^{n+1}$ :

$$x \cdot V'(t) = \sum_{i=1}^r c_i xV'(t_i). \quad (1.3)$$

Доказательство сводится к применению теоремы Куна-Таккера. Пусть для  $g(x) = \max\{|xV(t)| - 1: t \in [a, b]\}$  и для  $\lambda > 0$   $L_\lambda(x)$  - функция Лагранжа:

$$L_\lambda(x) = xV'(\bar{t}) + \lambda g(x).$$