Чувствительность падения напряжения на переходе исток-затвор к освещенности обусловлено следующим. Так, освещение канала n-типа квантами с энергией большей ширины запрещенной зоны приводит к генерации неравновесных электронно–дырочных пар, а увеличение интенсивности освещения к уменьшению контактной разности потенциалов p-n-перехода

$$U_{\phi} = \frac{kT}{e}\ln\frac{n_n}{n + n_{\phi}}, \quad (2.12)$$

где n_{ϕ} – концентрация дырок, генерируемых фотонами при освещении n-области.

В свою очередь фототок, возникающий на переходе исток-затвор, уменьшает его сопротивление, что приводит к уменьшению падающего напряжения по сравнению с темновым.

Таким образом, полевой фототранзистор в режиме отсечки канала можно использовать для измерения интенсивности светового излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.М.Андреев, В.Р.Ларионов, И.В.Ловыгин, Д.А.Малевский, М.Я.Масленков, В.Д.Румянцев, М.З.Шварц. Создание комплекса методик и средств для исследования наногетероструктурных солнечных элементов. http://technoexan.ru/articles/article3_photovoltaika.pdf

2. Федосеев В.И., Колосов М.П. Оптико-электронные приборы ориентации и навигации космических аппаратов: учеб. пособие. — М.: Логос, 2007. —248 с.: ил.

3. Бабичев Г.Г., Козловский С.И., Романов В.А., Шаран Н.Н. Кремниевые двухстоковые полевые тензотранзисторы. Журнал технической физики, 2000, том 70, вып. 10. С. 45-49.

4. Karimov A.V., Yodgorova D.M., Kamanov B.M., Djurayev D.R., Turayev A.A. Features amplifying properties of a field effect transistor in the circuit with dynamic load // Physical Surface Engineering, 2015. – V. 13, No. 1. – PP. 12-16.

5. Patent RU number the IAP 05120 "Multi-sensor-based field effect transistor" // A.V. Karimov, Yodgorova D.M., Abdulkhaev O.A., Dzhurayev D.R., Turaev A.A. Bull., №11 from 11.30.2015.

6. Karimov A.V., Bakhronov Sh.N. The thermoelectric converter//Technical Physics Letters. 25, 101–102 (1999).

7. Д.Р.Джураев, А.В.Каримов, Д.М.Ёдгорова, О.А.Абдулхаев, А.А.Тураев, Научный журнал “Физика полпроводников и микроэлектроника” 1(01)2019.с.45-47.

8. D.R.Djuraev, A.A.Turaev. Photoelectric sensitivity of multifunctional sensor on the outdoor transistor. Scientific reports of Bukhara State University 3(23)2018. c.7-11.

9. A.V. Karimov, D.R. Djuraev, O.A. Abdulhaev, A.Z. Rahmatov, D.M. Yodgorova, A.A.Turaev. Tenso properties of field-effect transistors in channel cutoff mode. International Journal of Engineering Inventions Volume 5, Issue 9 [Oct. 2016] PP: 42-44.

10. O.A.Abdulkhayev, D.R.Dzhurayev, D.M.Yodgorova, A.V.Karimov, A.Z.Rakhmatov, A.A.Turaev. Physico-technological aspects multifunc-tional sensor on field-effect transistor. New Trends of Development Fundamental and Applied Physics: Problems, Achievements and Prospects 10-11 November 2016, Tashkent, Uzbekistan. PP: 231-234.

11. A.V. Karimov, D.R.Djuraev, A.A.Turaev. Investigation temperature sensitivity of the field-effect transistor in channel depletion mode. Journal of Scientific and Engineering Research, 2017, 4(2):1-4.

12. А.А.Тураев. Особенности температурной чувствии-тельности транзисторной структуры в двухполюсном режиме. Colloquium-journal. Arhitecture Technical science Physics and Mathematics № 3(27) 2019. p.71-75.

ОДНА ЗАДАЧА ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ДИВЕРГЕНТНОЙ ГЛАВНОЙ ЧАСТЬЮ

Маматов Алишер Зулунович
доктор технических наук, профессор
Ташкентского института текстильной
и лёгкой промышленности, Узбекистан
Досанов Муртозоқул Саидазимович
Преподаватель ГулДУ, Узбекистан
Рахмонов Жамшид Турдалиевич
Преподаватель ГулДУ, Узбекистан
Турдибоев Дилшод Хамидович
PhD, *старший преподаватель,*
ГулДУ Узбекистан

ONE PROBLEM OF A PARABOLIC TYPE WITH DIVERGENT MAIN PART

АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрена одна задача параболического типа с дивергентной главной частью на плоскости, когда граничное условие содержит производную по времени от искомой функции. Построено приближенное решение рассматриваемой задачи. Доказана существования и единственность обобщенного решения задачи в пространстве $\widetilde{H^{1,1}}(Q_T)$.

ABSTRACT

The article considers one parabolic type problem with a divergent main part on the plane, when the boundary condition contains the time derivative of the desired function. An approximate solution to the problem under consideration is constructed. The existence and uniqueness of a generalized solution of the problem in the space $\widetilde{H^{1,1}}(Q_T)$ is proved.

Ключевые слова: параболический тип, монотон, дифференциальные неравенства.

Key words: The parabolic type, monotone, differential inequality

Рассмотрим неклассическую квазилинейную задачу параболического типа, когда граничное условие содержит производную по времени от искомой функции [1-5]:

$$\begin{cases} u_t - \frac{d}{dx_i} a_i(x,t,u,\nabla u) + a(x,t,u,\nabla u) = 0\,, \\ u_t + a_i(x,t,u,\nabla u)\cos(\nu, x_i) = g(x,t,u), (x,t) \in S_t\,, \\ u(x,0) = u_0(x)\,, x \in \Omega \end{cases} \tag{1}$$

где $\Omega -$ ограниченная область в E_2.

Предположим, что выполнены следующие условия: А. При $(x,t,u,p) \in \{\bar{\Omega} \times [O,T] \times E_1 \times E_2\}$ функции $a_i(x,t,u,p)\,, a(x,t,u,p)$ измеримы по (x,t,u,p), непрерывны по (t,u,p) и удовлетворяют неравенствам

$$|a_i(x,t,u,p)| \le C(|P| + |U|^k) + \varphi_1(x,t)\,, \varphi_1 \in L_2(Q_T)\,, i = 1,2 \tag{2}$$

$$|a(x,t,u,p)| \le C(|P|^{2-\epsilon} + |U|^k) + \varphi_2(x,t)\,, \varphi_2 \in L_q(Q_T), \tag{3}$$

где $|P| = (\sum_{i=1}^m p_i^2)^{\frac{1}{2}}, k < \infty, \varepsilon > 0, q > 1$

В случае ограниченных обобщений решений на $\widetilde{H^{1,1}_{(Q_T)}}$ ограничения на $a_i(x,t,u,p)$ и $a(x,t,u,p)$ следующие

$$|a_i(x,t,u,p)| \le \mu_1(u)\big(|P| + \varphi_1(x,t)\big)\,, \varphi_1 \in L_2(Q_T)\,,$$

$$|a(x,t,u,p)| \le \mu_2(u)\big(|\mathrm{p}|^2 + \varphi_2(x,t)\big)\,, \varphi_2 \in L_1(Q_T),$$

где $\mu_i(u) -$ непрерывные функции от u

Б. Функции $a_i(x,t,u,p)$ имеют вид:

$$a_i(x,t,u,p) = \bar{a}_i(x,t,u,p) + \bar{\bar{a}}_i(x,p) \tag{4}$$

здесь

$$\bar{a}_i(x,t,u,p) = \frac{\partial \bar{a}(x,t,u,p)}{\partial \mathrm{p}_i}, \left|\frac{\partial \bar{a}}{\partial t}\right| \le C(|u|^{2r} + |p|^2) + \varphi_3(x,t)\,, \varphi_3 \in L_1(Q_T)$$

$$\left|\frac{\partial \bar{a}}{\partial u}\right| \le C(|u|^r + |p|) + \varphi_4(x,t)\,, \varphi_4 \in L_2(Q_T) \tag{5}$$

$$r \ge 0\,, \int_\Omega \bar{a}\,(x,t,u,\nabla u)dx\,\Big|_0^t \ge 0$$

В. Условие параболичности. Для любой гладкой функции U(x,t) справедливо неравенство.

$$\int_{Q_T} \bar{\bar{a}}_i\,(x,\nabla U) U_{tx_i} \mathrm{dxdt} \ge \nu \|\nabla \mathrm{U}\|^2_{\mathrm{L}_{2(\Omega)}} \tag{6}$$

где ν-положительная постоянная. Г. Условие монотонности. Для любых функций $u, v \in H^1$

$$(a_i(x,t,u,\nabla u) - a_i(x,t,v,\nabla v), u_{x_i} - v_{x_i})_\Omega + (a(x,t,u,\nabla u) - a(x,t,v,\nabla v), u - v)_\Omega \ge 0 \tag{7}$$

Д. При $(x,t,u) \in \{\bar{\Omega} \times [o,T] \times E_1\}$ функция $g(x,t,u)$
непрерывна по (t,u) и удовлетворяет неравенству:

$|g(x,t,u) - g(x,t,v)| \leq g_0|u-v|, g(x,t,0) \in L_2(S_T)$ (8)

Определение. Обобщенным решением из пространства $\widetilde{H^{1,1}}(Q_T) = \{u \in H^{1,1}(Q_T): u_t \in L_2(S_T)\}$ задачи (1) назовем функцию из $\widetilde{H^{1,1}}(Q_T)$ удовлетворяющую тождеству

$$\int_{Q_T} (u_t\eta + a_i(x,t,u,\nabla u)\eta_{xi} + a(x,t,u,\nabla u)\eta)\, dxdt +$$

$$+ \int_{S_T} (u_t - g(x,t,u))\, \eta\, dxdt = 0 \tag{9}$$

Построим приближенное решение по Галеркину [6-11]. Возьмем координатную систему из пространства H^1. Приближенное решение U(x,t) будем искать в виде

$$U(x,t) = \sum_{k=1}^{n} C_k^n\,(t)\varphi_k(x)$$

где $C_k^n(t)$ определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(U_t, \varphi_j)_{\hat{L}_2} + (a_i(x,t,U,\nabla U), \varphi_{jx_i})_\Omega + (a(x,t,U,\nabla U), \varphi_j)_\Omega =$$

$$= (g(x,t,U), \varphi_j)_S\,, j = \overline{1,n} \tag{10}$$

и начальных условий

$$U(x,O) - U_0 - \text{"мало"}$$

Если система $\{\varphi_k\}$ ортонормированна в метрике $\hat{L}_2(\Omega)$, то система (10) принимает вид

$$\dot{C}_i^n = f_j^n(t, C_1^n, .., C_n^n), \tag{11}$$

где $f_j^n(t, C_1^2, .., C_n^n) = -(a_i(x,t,U,\nabla U), \varphi_{jx_i})_\Omega - (a(x,t,U,\nabla U), \varphi_j)_\Omega + (g(x,t,U), \varphi_j)_S$

Условие А обеспечивает существование и непрерывность функции

$f_j^n(t, C_1^n, .., C_n^n)$ по t и C_k^n. Поэтому для существования, по крайней мере одного решения задачи (11) на всем интервале [O,T] достаточно знать все возможные решения равномерно ограничены. Такая ограниченность следует из априорной оценки

$$\max_{0\leq t\leq T} \|U(x,t)\|^2_{\hat{L}_2} + \|U_t(x,t)\|^2_{L_{2(o,T,\hat{L}_2)}} + \max_{0\leq t\leq T} \|\nabla U(x,t)\|^2_{\hat{L}_2} \leq N \tag{12}$$

где N-постоянная, не зависящая от n.

Отсюда получим неравенство

$$\max_{0\leq t\leq T} \|C_n(t)\|^2 = \max_{0\leq t\leq T} \|U(x,t)\|^2_{L_2(\Omega)} \leq N, C_n = \{C_k^n(t)\}_{k=1}^n$$

Для доказательства неравенства (12) умножим уравнение (10) на $\dot{C}_k^n(t)$, просуммируем по k от 1 до n и проинтегрируем полученное соотношение от нуля до t:

$$\|U_t\|^2_{L_{2(o,T,\hat{L}_2)}} + \int_{Q_t} a_i\,(x,t,U,\nabla U)\frac{\partial}{\partial t}U_{x_i}dxdt + \int_0^t (U,U_t)_{\hat{L}_2}dt + + \int_{Q_t} a(x,t,U,\nabla U)\,U_t dxdt =$$
$$\int_{S_t} g(x,t,U)\,U_t dxdt + \int_0^t (U,U_t)_{\hat{L}_2}\,dt \tag{13}$$

В силу предположений (3)-(7) и неравенства Коши

$$2ab \leq \varepsilon a^2 + \varepsilon^{-1}b^2\, \text{имеем} \int_{Q_t} a_i\,(x,t,U,\nabla U)\frac{\partial}{\partial t}(U_{x_i})dxdt = \int_{Q_t}\frac{d}{dt}\bar{a}(x,t,U,\nabla U)dxdt -$$
$$\int_{Q_t}(\frac{\partial\bar{a}}{\partial U}U_t + \frac{\partial\bar{a}}{\partial t})\,dxdt + \int_{Q_t}\bar{\bar{a}}_i\,(x,\nabla U)\frac{\partial}{\partial t}U_{x_i}dxdt \geq \int_\Omega\,\bar{a}\,(x,t,U,\nabla U)dx\,\Big|_0^t + \nu\|\nabla U\|^2_{L_2(\Omega)} - \frac{1}{4}\|U_t\|^2_{L_2(Q_t)} -$$
$$C\big(\|U\|^2_{L_2(Q_t)} + \|\nabla U_t\|^2_{L_2(Q_t)}\big) - \|\varphi_3\|_{L_1(Q_t)} - \|\varphi_4\|^2_{L_2(Q_t)}$$

Далее

$$\left|\iint_{Q_t} a(x,t,U,\nabla U)U_t dxdt\right| \le \frac{1}{4}\|U_t\|^2_{L_2(Q_t)} + C\|U\|^2_{L_2(O,t,H^1(\Omega))} + \|\varphi_2\|^2_{L_2(Q_t)}$$

Аналогично

$$\left|\int_0^t (U,U_t)_{\hat{L}_2} dt\right| \le \frac{1}{4}\int_0^t \|U_t\|^2_{\hat{L}_2}\, dt + \int_0^t \|U\ \ \|^2_{\hat{L}_2}\, dt,$$

$$\left|\iint_{S_t} \mathrm{g(x,t,U)}\, U_t dxdt\right| \le \frac{3}{4}\|U_t\|^2_{L_2(S_t)} + C(\|U\|^2_{L_2(S_t)} + \|g(x,t,o)\|^2_{L_2(S_t)})$$

Полученные оценки подставим в (13):

$$\|U_t\|^2_{L_2(o,t,\hat{L}_2)} + \|\nabla U\|^2_{L_2(\Omega)} + \|U\|^2_{\hat{L}_2} \le C\big(\|U\|^2_{L_2(o,t,\hat{L}_2)} + \|\nabla U\|^2_{L_2(o,t,L_2(\Omega))}\big) + +K(t)$$

где

$$K(t) = C_1(\|g(x,t,o)\|^2_{L_2(S_t)} + \|\varphi_2\|^2_{L_2(Q_t)} + \|\varphi_3\|^2_{L_1(Q_t)} + \|\varphi_4\|^2_{L_2(Q_t)} + \|U_0(x)\|^2_{H^1(\Omega)})$$

Отсюда, в силу леммы о дифференциальных неравенствах, получим оценку (12)

Займемся теперь предельным переходом по $n \to \infty$. Из оценки (12) следует, что найдется такая функция $U(x,t) \in \overline{H^{1.1}}(Q_T)$ и такая под последовательность U(x,t), что функции U(x,t) сходятся к u(x,t) слабо в норме $\overline{H^{1.1}}(Q_T)$ и функции U_t сходятся к u_t в $L_2(S_t)$. Так как вложения $\overline{H^{1.1}}(Q_T) \in L_2(Q_t), L_2(S_t)$ компактны, то U(x,t)→ u(x,t) сильно в $L_2(S_t)$ и в $L_2(Q_t)$. Из этой сходимости следует сходимость U(x,t) к u(x,t) в $L_2(\Omega)$ и в $L_2(S)$ для почти всех t из [O,T] и почти всюду в $Q_t US_t$. Кроме того, по теореме вложения, следует сильная сходимость U(x,t) в $L_{q^*}(Q_T)$, $q^* < q = 2$ и слабая сходимость в $L_q(Q_T)$ [12-13].

Такая сходимость U(x,t) к u(x,t) гарантирует, сходимость интеграла

$$\int_{S_t} \mathrm{g(x,t,U)}\, vdxdt \to \int_{S_t} \mathrm{g(x,t,u)}\, vdxdt$$

Далее, из условия A следует, что функции $a_i(x,t,U,\nabla U)$ $i = \overline{1,2}$ и $a(x,t,U,\nabla U)$ имеют равномерно ограниченные нормы в пространствах $L_2(Q_t)$ и $L_1(Q_T)$ соответственно. Ввиду этого положим, что вся последовательность $a_i(x,t,U,\nabla U)$ $i = 1,2$ сходится слабо в $L_2(Q_\mathrm{T})$ и элементам $A_i(x,t)$ пространства $L_2(Q_\mathrm{T})$ и функции $a(x,t,U,\nabla U)$ сходятся слабо к A(x,t)∈ $L_1(Q_T)$ в пространстве $L_1(Q_T)$.

Обозначим через P_l совокупность линейных комбинаций вида

$$W(x,t) = \sum_{k=1}^{l} d_k\,(t)\varphi_k(x)$$

uде $d_k(t)$-произвольные гладкие на отрезке [O,T] функции. Умножая соотношения (10) на $d_k(t)$ суммируя по к от 1 до l и интегрируя от 0 до t, находим, что для любой функции $W(x,t) \in \mathrm{P}_l$ справедливо равенство

$$\int_0^t (U_t,W)_{\tau_2}\, dt + \int_{Q_t} a_i(x,t,U,\nabla U)W_{x_i} + a(x,t,U,\nabla U)W]dxdt = \int_{S_t} \mathrm{g(x,t,U)}\, Wdxdt \quad (14)$$

Перейдем к пределу по $n \to \infty$. В результате чего получаем:

$$\int_0^\mathrm{T} (\mathrm{U_t,W})_{\tau_2} \mathrm{dt} + \int_{Q_\mathrm{T}} \big[\mathrm{A_i(x,t)W_{x_i} + A(x,t)W}\big]\, \mathrm{dxdt} = \int_{S_\mathrm{T}} \mathrm{g(x,t,u)\, Wdxdt} \quad (15)$$

Так как $\bigcup_{l=1}^{\infty} P_e$ плотно в $H^{1.0}(Q_T)$, то выполнив в (15) замыкание по W получаем, что равенство (15) справедливо для любой функции $W \in H^{1,0}(Q_T)$

Нетрудно доказать, что

$$\int_{Q_T} [\mathrm{A_i(x,t)}W_{x_i} + \mathrm{A(x,t)}W]\, dxdt = \int_{Q_T} \big[a_i(x,t,U,\nabla \mathrm{U})W_{x_i} + a(x,t,U,\nabla U)W\big]dxdt$$

Теперь из равенства (15) получим, что функция U(x,t) есть искомое обобщенное решение.

Докажем единственность решения. Пусть $U_1(x,t), U_2(x,t)$ два решения задачи (9), тогда их разность $U_1 - U_2$ удовлетворяет соотношению

$$\int_{Q_t} \frac{\partial (U_1 - U_2)}{\partial t}(U_1 - U_2)dxdt + a_0 \int_{S_t} \frac{\partial (U_1 - U_2)}{\partial t}(U_1 - U_2)dxdt$$

$$+ \int_{Q_T} \{[a_i(x,t,U_1,\nabla \mathrm{U}_1) - a_i(x,t,U_2,\nabla \mathrm{U}_2)](U_1 - U_2)_{x_i}$$

$$+ [a(x,t,U_1,\nabla U_1) - a(x,t,U_2,\nabla U_2)](U_1 - U_2)\}dxdt$$

$$= \int_{S_t} [g(x,t,U_1) - g(x,t,U_2)]\,(U_1 - U_2)dxdt$$

Воспользовавшись условиями (5) и (7), получим

$$\int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2\,dx + a_0 \int_S \int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2\,dx \le 2\,g_0 \int_{S_T} \int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2\,dxdt$$

Следовательно, $U_1 \equiv U_2$. Таким образом, доказана:

ТЕОРЕМА. Если выполнены условия А-Д, то существует единственное обобщенное решение задачи (1) в пространстве $\widehat{H^{1,1}}(Q_T)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа// М.-Наука,-1967.-736 С.
2. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа// М.-Наука,-1973.-576 С.
3. Kagur J. Nonlinear parabolic equtions with the mixed nonlinear and nonstationary boundary conditions Math Slovoca, 1980, 30, N3, p 213-237
4. Polyanin, A. D., Schiesser, W. E., and Zhurov, A. I. Partial differential equations (2008), Scholarpedia, 3(10):4605.
5. Friedman A. Partial differential equations of parabolic type, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1964)
6. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов//М.-Наука,-1966.-432 С.
7. Маматов А.З. Применения метода Галеркина к некоторому квазилинейному уравнению параболического типа// Вестник ЛГУ,-1981.-№13.-С.37-45.
8. Кудинов В, Карташов Э, Калашников В. Теория тепломассопереноса: решение задач для многослойных конструкций. М.-« Юрайт».-2018. -435 с. Math, 1971, 16, 362-369.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРЫ НА ПОВЕРХНОСТИ И В ЦЕНТРЕ НЕПРЕРЫВНОЛИТОГО СЛИТКА

Хорошев Игорь Андреевич
студент,
Липецкий государственный технический университет,
Россия, г. Липецк
Дождиков Владимир Иванович
доктор. техн. наук, профессор,
Липецкий государственный университет,
Россия, г. Липецк

COMPARATIVE ANALYSIS OF CONDITIONS FOR THE STRUCTURE FORMATION ON THE SURFACE AND IN THE CENTER OF A CONTINUOUSLY CAST INGOT

Khoroshev Igor
student,
Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russia
Dozhdikov Vladimir
doctor of engineering, Professor,
Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russia