

Докажем единственность решения. Пусть $U_1(x, t), U_2(x, t)$ два решения задачи (9), тогда их разность $U_1 - U_2$ удовлетворяет соотношению

$$\begin{aligned} & \int_{Q_t} \frac{\partial(U_1 - U_2)}{\partial t} (U_1 - U_2) dxdt + a_0 \int_{S_t} \frac{\partial(U_1 - U_2)}{\partial t} (U_1 - U_2) dxdt \\ & + \int_{Q_T} \{ [a_i(x, t, U_1, \nabla U_1) - a_i(x, t, U_2, \nabla U_2)] (U_1 - U_2)_{x_i} \\ & + [a(x, t, U_1, \nabla U_1) - a(x, t, U_2, \nabla U_2)] (U_1 - U_2) \} dxdt \\ & = \int_{S_t} [g(x, t, U_1) - g(x, t, U_2)] (U_1 - U_2) dxdt \end{aligned}$$

Воспользовавшись условиями (5) и (7), получим

$$\int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2 dx + a_0 \int_S \int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2 dx \leq 2 g_0 \int_{S_T} \int_{\Omega} (U_1 - U_2)^2 dxdt$$

Следовательно, $U_1 \equiv U_2$. Таким образом, доказана:

ТЕОРЕМА. Если выполнены условия А-Д, то существует единственное обобщенное решение задачи (1) в пространстве $H^{1,1}(Q_T)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа// М.-Наука,-1967.-736 С.
2. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа// М.-Наука,-1973.-576 С.
3. Kagur J. Nonlinear parabolic equations with the mixed nonlinear and nonstationary boundary conditions Math Slovaca, 1980, 30, N3, p 213-237
4. Polyanin, A. D., Schiesser, W. E., and Zhurov, A. I. Partial differential equations (2008), Scholarpedia, 3(10):4605.
5. Friedman A. Partial differential equations of parabolic type, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1964)
6. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов//М.-Наука,-1966.-432 С.
7. Маматов А.З. Применения метода Галеркина к некоторому квазилинейному уравнению параболического типа// Вестник ЛГУ,-1981.-№13.-С.37-45.
8. Кудинов В, Карташов Э, Калашников В. Теория тепломассопереноса: решение задач для многослойных конструкций. М.-« Юрайт».-2018. - 435 с. Math, 1971, 16, 362-369.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСЛОВИЙ ОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРЫ НА ПОВЕРХНОСТИ И В ЦЕНТРЕ НЕПРЕРЫВНОЛИТОГО СЛИТКА

Хорошев Игорь Андреевич
студент,

Липецкий государственный технический университет,
Россия, г. Липецк

Дождиков Владимир Иванович
доктор. техн. наук, профессор,

Липецкий государственный университет,
Россия, г. Липецк

COMPARATIVE ANALYSIS OF CONDITIONS FOR THE STRUCTURE FORMATION ON THE SURFACE AND IN THE CENTER OF A CONTINUOUSLY CAST INGOT

Khoroshev Igor
student,

Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russia
Dozhdikov Vladimir

doctor of engineering, Professor,
Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russia

АННОТАЦИЯ

Понимание условий протекания кристаллизации металлического слитка необходимо для успешного управления процессом затвердевания и, соответственно, структурой получаемого металлопродукта. В статье проведен анализ основных параметров процесса кристаллизации поверхностной и центральной зон непрерывнолитого слитка.

ABSTRACT

Understanding the conditions of crystallization of a metal ingot is necessary for successful management of the solidification process and, accordingly, the structure of the resulting metal product. The article analyzes the main parameters of the crystallization process of the surface and central zones of a continuously cast ingot.

Ключевые слова: зародышеобразование; условия охлаждения; структура металла.

Key words: nucleation; cooling conditions; metal structure.

Одной из основных задач повышения качества непрерывного слитка является получение заданной структуры в различных зонах по его толщине. Для решения этой задачи необходим анализ влияния условий формирования слитка на процесс образования его структуры и на основе результатов этого анализа определение возможности управления процессом кристаллизации.

Как известно, критический размер образующегося зародыша в процессе кристаллизации $r_{крит}$ определяется формулой:

$$r_{крит} = \frac{2\sigma_{SL}T_e}{\Delta H\Delta T}, \quad (1)$$

где σ_{SL} – поверхностное натяжение на границе зародыш – расплав; T_e - температура плавления вещества; ΔH - удельная теплота плавления; ΔT - степень переохлаждения расплава.

Скорость образования зародышей в расплаве можно найти, например, по формуле:

$$\frac{16\pi n D_0}{a^4} \left(\frac{\sigma_{SL} T_e}{\Delta H \Delta T} \right)^2 \exp \left[- \frac{E_D + \left(\frac{16}{3} \right) \pi \sigma_{SL}^3 \left(\frac{T_e}{\Delta H \Delta T} \right)^2}{k_B (T_e - \Delta T)} \right], \quad (2)$$

где n – общее число атомов в единице объема; a – межатомное расстояние; D_0 - предэкспотенциальный множитель в законе Аррениуса для коэффициента диффузии; E_D - энергия активации диффузии, приходящаяся на 1 атом; k_B - постоянная Больцмана.

Скорость роста кристаллов является функцией переохлаждения расплава, и ее можно описать выражением:

$$\vartheta = \frac{3\Delta S^2 D \Delta T^2}{4\pi V_M R T \sigma}, \quad (3)$$

где ΔS – разность энтропий твердой и жидкой фаз; D – коэффициент диффузии; V_M – молярный объем.

Формулы (1-3) [1], использованные для оценки значений основных параметров процесса кристаллизации, позволили определить соотношение размеров зародышей, скоростей их образования и роста, что в конечном счете определяет дисперсность структуры металла. Следует отметить, что значения всех трех рассмотренных выше параметров, определяющих термодинамические и кинетические условия процесса и влияющих на размер зерен кристаллической структуры, зависят от степени переохлаждения металла.

Значения степени переохлаждения в поверхностной и центральной зонах непрерывного слитка толщиной 250 мм из малоуглеродистой стали при заданных значениях температуры на его поверхности в процессе кристаллизации были получены с помощью математической модели охлаждения и кристаллизации слитка [2]. Использование формул (1-3) позволило оценить условия кристаллизации в поверхностной и центральной зонах слитка. Так, например, на рисунке 1 приведены размеры критических зародышей на различной глубине от поверхности кристаллизующегося слитка при температуре поверхности 1450 °С. При этих условиях слиток характеризуется высокой скоростью охлаждения металла в поверхностной зоне, и, следовательно, большими значениями степени переохлаждения и температурного градиента. Поэтому размер образующихся критических зародышей в этой зоне крайне мал и не превышает 2,5 нм, а скорость образования зародышей, наоборот, высокая (примерно $10^{19} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$). При этом скорость роста кристаллов не превышает 1,8 мкм/с.

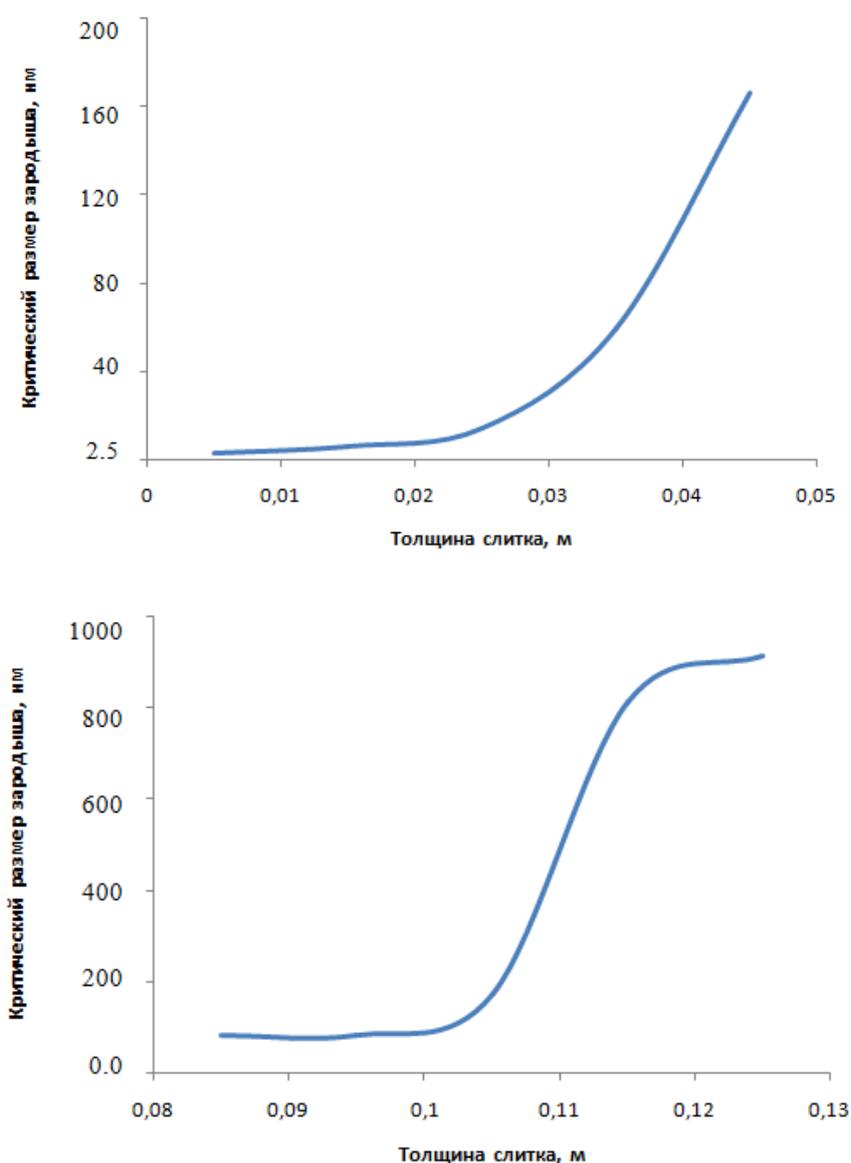


Рисунок 1. Распределение критических радиусов зародыша по толщине слитка в поверхностной(вверху) и центральной(внизу) зонах

Процесс кристаллизации металла в центральной зоне слитка, напротив, отличается низкими значениями степени переохлаждения металла и температурными градиентами. В силу этого в жидкой фазе центральной зоны слитка температура металла изменяется мало при движении к центру слитка, и небольшая величина степени переохлаждения металла в различных точках этой зоны мало отличается по своему значению. В этих условиях процесс кристаллизации в различных точках центральной зоны протекает примерно одинаково в отношении критического размера зародышей, скорости их образования и скорости роста. Это приводит к практически одновременному появлению в центральной зоне кристаллитов с примерно одинаковым размером. Основные параметры процесса кристаллизации здесь характеризуются образованием больших (от 100 до 1000 нм) зародышей, малыми скоростями зародышеобразования (до $10^{11} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$) и

значениями скорости их роста порядка 1 мкм/с, что приводит к появлению в центре затвердевшего слитка зоны крупных равноосных кристаллов.

Таким образом, в результате проведенного сравнительного анализа основных параметров процесса кристаллизации, таких, как критический радиус зародышей, скорости их образования и роста, была проведена количественная оценка особенностей формирования структуры непрерывного слитка в его поверхностной и центральной зонах.

Список литературы

1. Ефимов, В.А. Разливка и кристаллизация стали / В.А. Ефимов. – Изд. «Металлургия», 1976. – 552 с.
2. Дождиков В.И., Васютин А.Ю. Черкасов Н.В. Сравнительный анализ способов задания граничных условий при моделировании ЗВО МНЛЗ // Сталь, №7. М.: «Интермет Инжиниринг», 2018. С. 19 – 21.